

# 嘉義縣第 52 屆中小學科學展覽會

## 作品說明書

科 別： 物理科

組 別： 國小組

作品名稱： 擲遠比賽(角度對飛行距離的影響)

關鍵詞：拋物線 角度 牛頓運動定律

編號：



# 目錄

摘要	· · · · ·
壹、研究動機	· · · · ·
貳、研究目的	· · · · ·
參、研究設備及器材	· · · · ·
肆、研究過程及方法	· · · · ·
一、研究過程	· · · · ·
(一)討論如何模擬棒球在空中飛行情形	· · · · ·
(二)實驗步驟	· · · · ·
二、研究方法	· · · · ·
使用彈弓用固定的拉力發射同一個物體，測量在不同角度下物體的發射點和掉落點的距離	
(一)選用較不會受空氣阻力影響並且在被發射落地後較不會滾動的質料來當作被拋射的物體	· · · · ·
(二)在無風的地方，在相同的發射點，以相同的拉力，相同的方向，但是不同的角度發射同一個被選定的物體，等該物體落地後，測量並紀錄在不同發射角度下，發射點和落點的距離，並比較出哪個角度可以讓該物體飛最遠。	
(三)以相同的質料改變被拋射物的質量，在重複以上（二）的實驗步驟，比較是否和（二）的實驗結果結論相同，是否都是在某個特殊的發射角度可以讓被拋射的物體飛最遠。	
伍、研究結果	
陸、討論	· · · · ·
柒、結論	· · · · ·
捌、內容深究	· · · · ·

## 摘要

本實驗主要是利用玩具彈弓射出物體在空中會呈現拋物線的運動狀態來模擬棒球在被打擊出去後的運動情形；在相同的地點，相同的風力，相同的拉彈弓拉力，一切其他相同的外界因素下，不同角度發射出的物體，哪個角度可以讓該物體從起飛點到掉落點會飛最遠。從和地面平行的零度角開始，每加  $15^\circ$  角測一次，意即  $0^\circ$ ， $15^\circ$ ， $30^\circ$ ， $45^\circ$ ， $60^\circ$ ， $75^\circ$  這些發射角度的發射點和降落點的測量距離統計，再重複以上的步驟兩次，總共三次，並從這三次的紀錄中歸納出哪個角度是飛最遠的；接著換另一個相同質料但是不同質量的被發射物體重複以上的實驗，是不是也是得到相同的歸納結果。最後，我們得到一個結論，只要是同一個被發射物，在相同的條件外在環境下，以  $45^\circ$  角果真會飛最遠，其後會有此原理的理論證明和實驗的數據佐證。



## 壹、研究動機

平常上體育課時或是相關棒球的集訓時，常會聽到教練要求我們擊球時當球棒接觸到球時請往斜上  $45^\circ$  角揮棒，這樣可以讓球飛得深遠，比較容易造成全壘打。關於這個問題其實我也覺得很困惑，要打深遠為什麼偏偏是  $45^\circ$  角，而不是其他的角度呢？恰好學校老師要尋找本次科展的主題，於是和老師討論了之後，決定找幾位在學校有參加棒球訓練的同學，一起組成小組來研究這個運動問題。

## 貳、研究目的

- 一、哪個角度會造成被斜拋的物體的落點會最遠？
- 二、質量不同的被拋射物結論是不是也一樣？

## 參、研究器材



圖 3-1

## 肆、研究過程及方法

### 一、研究過程

#### (一) 討論如何模擬棒球在空中飛行情形

我們先在一起開小組會議（老師也一起加入討論），是否用甚麼辦法來模擬這個棒球在空中飛行的實驗；這些實驗有幾項必須被控制住的條件，例如：每次拉彈弓射擊的拉力都要一樣大、盡量不要受到風和空氣的阻力影響、每次發射都要在同一地點位置、發射也要同一個方向，還有被發射物比較不會滾動而影響記錄的數據失準。一開始我們是想用樂樂棒球的打擊座和球來做實驗，但是發現這樣沒辦法控制每次擊球的力道，所以後來想用彈簧秤來發射，每次都用相同重的力量來發射，但是問題又來了，彈簧秤不容易當射擊的器具，於是想到以前自然課曾經教過，一樣大的力量可以讓橡皮筋伸長一樣長的距離，所以最後決定選用彈弓，每次射擊時將彈弓橡皮部分都拉長一樣

長的長度就可以確保每次出手的力量都一樣（雖然不知道拉的力量有多大）；至於實驗的時間則由老師選一個無風的日子，在操場一次把實驗做完（因為在同一天的一段時間裡，天氣的變化比較不那麼大，如果有隔天，天氣、風、空氣又會變成不可掌握的因素）。

## (二)實驗步驟

在實驗當天，所有組員都有自己被指定的工作。首先，由一位組員當彈弓的發射者，其他組員協助他固定住彈弓拉長的距離和調整彈弓不同的發射角度，等準備就緒後就可以發射出去，接著，另一個組員就協助測量被射出物體起射點和落地點的距離，並記錄下來整理成表格，等所有的角度測過後，在重做二次（總共三次）。接著，將被發射物改變質量，將以上所有的實驗步驟再重複一次。這樣子就會分別有兩種不同質量的發射物在不同的角度的發射紀錄三次，再分別探討在不同的質量下是不是都是以  $45^\circ$  角為最遠發射距離。

## 二、研究方法

- (一) 先將小組成員分配工作，一位負責發射彈弓，一位負責調整彈弓的橡皮拉長距離（固定每次拉長的總長度），一位負責調整每次的發射角度，（ $0^\circ$ ， $15^\circ$ ， $30^\circ$ ， $45^\circ$ ， $60^\circ$ ， $75^\circ$ ）這六種角度，一位負責測量發射後的距離並記錄。
- (二) 在無風的時候到學校操場中央準備就緒後，由發射彈弓的成員將 20g 重的油土搓成子彈形狀（因為子彈形狀為流線型，比較不會受到空氣的阻力所影響），把油土當發射物放到彈弓上準備發射（因為油土落地時比較不會亂滾）。
- (三) 由其他兩個同學協助調整好彈弓拉長後的總長度和發射的角度（從  $0^\circ$  角開始發射）就射出，射完後由測量的組員來量落地點和起始點的距離並記錄下來。
- (四) 撿回被射出的油土再重新將它搓回子彈形狀，並進行下一個不同角度的實驗。
- (五) 等六種不同的角度都測過後，再重頭重複相同的步驟兩次，並也記錄下來。
- (六) 循環三次後，將油土加重為 40g 重，再重複以上(一)~(五)的步驟重做一次，並記錄下來。



小組會議討論情形一



小組會議討論情形二



小組會議討論情形三



實驗前的場地準備



先用彈簧秤秤出 20g 的油土



將油土搓成子彈形狀（流線型）



將油土交給拿彈弓手準備發射



幫彈弓手調整拉長橡皮筋的固定長度



幫彈弓手調整發射的角度（ $15^\circ$ 角）



幫彈弓手調整發射的角度（ $60^\circ$ 角）



彈弓手準備射出油土



測量射出的距離



記錄射出的距離



彈簧秤秤出 40g 的油土再重複實驗

## 伍、研究結果

以上的實驗的結果記錄如下：

20g 的油土部份：

第一次

角度	0°	15°	30°	45°	60°	75°
飛行距離 (cm)	378	623	1065	1266	755	330

第二次

角度	0°	15°	30°	45°	60°	75°
飛行距離 (cm)	364	628	990	1193	698	301

第三次

角度	0°	15°	30°	45°	60°	75°
飛行距離 (cm)	391	704	1186	1346	762	315

40g 的油土部分：

第一次

角度	0°	15°	30°	45°	60°	75°
飛行距離 (cm)	317	402	566	626	601	576

第二次

角度	0°	15°	30°	45°	60°	75°
飛行距離 (cm)	314	414	580	640	621	570

第三次

角度	0°	15°	30°	45°	60°	75°
飛行距離 (cm)	310	420	596	650	621	583

## 陸、討論

- 一、這次的實驗目的主要是探討在不同的角度下，其他所有的條件都相同下，各種角度讓被拋射物被拋擲的遠近距離，所以被拋擲物(油土)盡量是愈流線型愈好，以免空氣的阻力影響了實驗的數據，但是實際上不可能每次被重搓的流線形狀都會完全相同，所以油土的形狀多多少少會影響實驗的結果數據，但是不至於太明顯，因為流線型本身受到空氣阻力就比較小。可是每次油土落地後形狀會變形，要重搓很麻煩，不過其好處是比較不會亂滾動，落地後位置不會跑掉，所以方便於測量。
- 二、以相同的材質做發射物，不同的質量實驗出來的結果，都是在某個特殊]角度射程最遠，所以， 如果再以另一種質量來當發射物，其結果應該也都是在相同的特殊角度最遠。
- 三、本次實驗沒有探討飛行物的形狀對飛行距離的影響，正常的話如果前端張開愈大，和空氣接觸表面積愈大，空氣的阻力和摩擦力也就愈大，這時候，飛行的距離結果應該會更短，影響的實驗結果的因素就更複雜了，所以一律將所有的每次被發射物都做成盡量不會被空氣阻力影響子彈形狀(而且每次形狀盡量一樣)。。
- 四、本次實驗由於最好在相同的天氣狀況下完成(無風時)，但是由於時間會稍久，天氣會稍做一點變化(例如：剛剛沒風，但是過了十分鐘後起了一點風)，但是基本上天氣變化的影響不會太嚴重，所以這次實驗最好是要一氣呵成的完成，並且速度愈快愈好，盡量避免天氣變化的因素影響實驗結果。

## 柒、結論

由第五項的實驗結果數據，我們可以歸納出一個結論：

**在一切外在條件都相同的情形下，以  $45^\circ$  角發射出的物體，它的發射處和落地處的距離為最遠。**

## 捌、內容深究

(※註：以下文中是將往上的方向當成正向，所以往下的方向自然變為負向，而  $V_0$ 、 $V_t$ 、 $g$ 、 $t$  這些常數本身皆為正值)

為什麼在同樣的相同外在因素下， $45^\circ$  角發射出的物體，其飛行到落地的距離會最遠呢？

就理論上來說，因為每次我們射出的物體都是用相同的力量，所以亦即物體剛被射出的初速都一樣，只是角度不同，我們可以假設剛被射出的此物體的初速為  $V_0$ ，而射出方向和水平方向的夾角為  $\theta$ ；所以我們可以將此物體的初速視為水平方向的分速度  $V_0 \cos \theta$ ，和垂直方向

的分速度  $V_o \sin \theta$  的合成；在垂直方向方面該物體的初速為  $V_o \sin \theta$ ，當此物體升到最高點時，垂直方向的速度為 0，由於重力加速度為  $g$ ，所以  $0^2 = (V_o \sin \theta)^2 - 2gs$ ， $s$  為從開始射出上升到最高點的距離(垂直方向來看)，則  $s = (V_o \sin \theta)^2 / 2g$ ，當物體到最高點後以垂直方向來看它即往下掉落，由於最高處其初速為 0，而剛剛已算出從最高處到物體剛被射出點的垂直方向距離為  $(V_o \sin \theta)^2 / 2g$ ，所以當物體又掉回起初發射的垂直位置時則速度  $V_i$  則為：

$$(V_i)^2 = 0^2 + 2gs = 0 + 2g \times (V_o \sin \theta)^2 / 2g = 0 + (V_o \sin \theta)^2 = (V_o \sin \theta)^2$$

把  $(V_i)^2 = (V_o \sin \theta)^2$  式子兩邊開平方根後，則  $V_i = V_o \sin \theta$  ( $V_o$ 、 $V_i$  皆取正值)

，所以  $V_i$  只是和起初剛被射出的垂直速度方向完全  $180^\circ$  的相反而已，其值都是  $V_o \sin \theta$ 。

因為 加速度=(末速-初速)/時間 所以此物體在拋物線上垂直運動的總時間  $t$  為：

$$-g = (-V_o \sin \theta - V_o \sin \theta) / t \quad -g = -2 V_o \sin \theta / t \quad t = 2 V_o \sin \theta / g$$

；而水平方向的位移則是

$$V_o \cos \theta \times t = V_o \cos \theta \times (2 V_o \sin \theta) / g = 2 V_o^2 / g \times \cos \theta \times \sin \theta ;$$

又因為  $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$ 。

當角  $\alpha =$  角  $\beta$  時， $\sin(2\alpha) = \sin(\alpha + \alpha) = \sin \alpha \cos \alpha + \cos \alpha \sin \alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ ，

故  $2 \sin \theta \cos \theta = \sin(2\theta)$ ；所以水平方向位移  $V_o \cos \theta \times (2 V_o \sin \theta) / g =$

$$2 V_o^2 / g \times \cos \theta \times \sin \theta = V_o^2 / g \times (2 \sin \theta \cos \theta) = V_o^2 / g \times \sin(2\theta) ,$$

又因為  $-1 \leq \sin(2\theta) \leq 1$ ，當  $\sin(90^\circ) = 1$  時，會讓  $V_o^2 / g \times \sin(2\theta)$  有最大值  $V_o^2 / g$ ，

在此時  $2\theta = 90^\circ$ ，則  $\theta = 45^\circ$ ，所以由此可以知道以  $45^\circ$  角射出的物體在水平方向可以飛最遠。